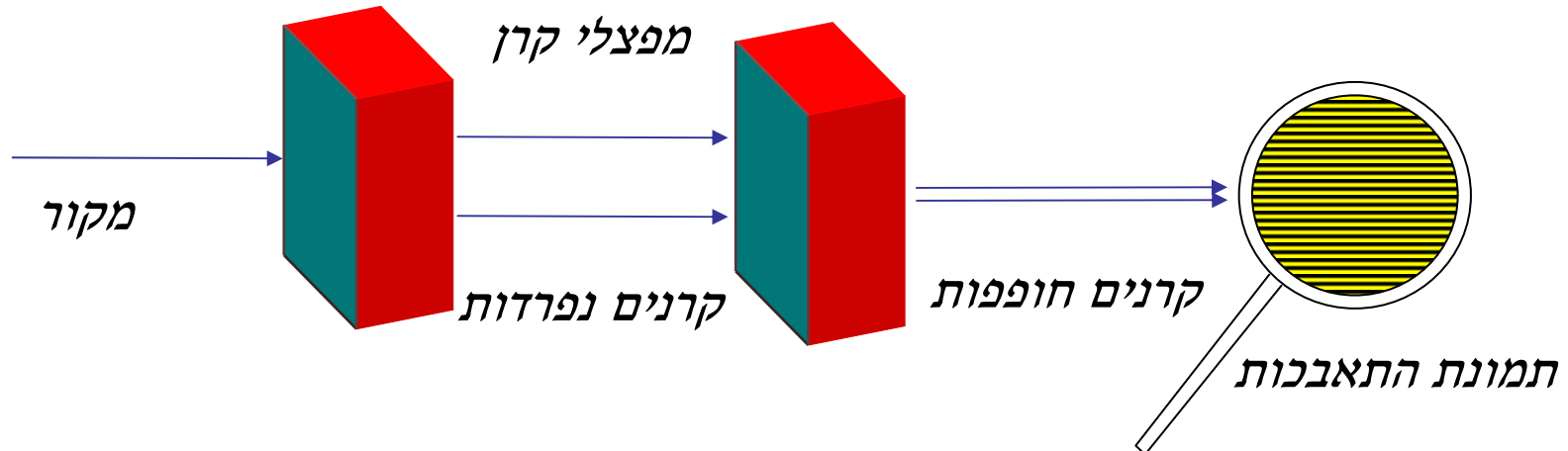
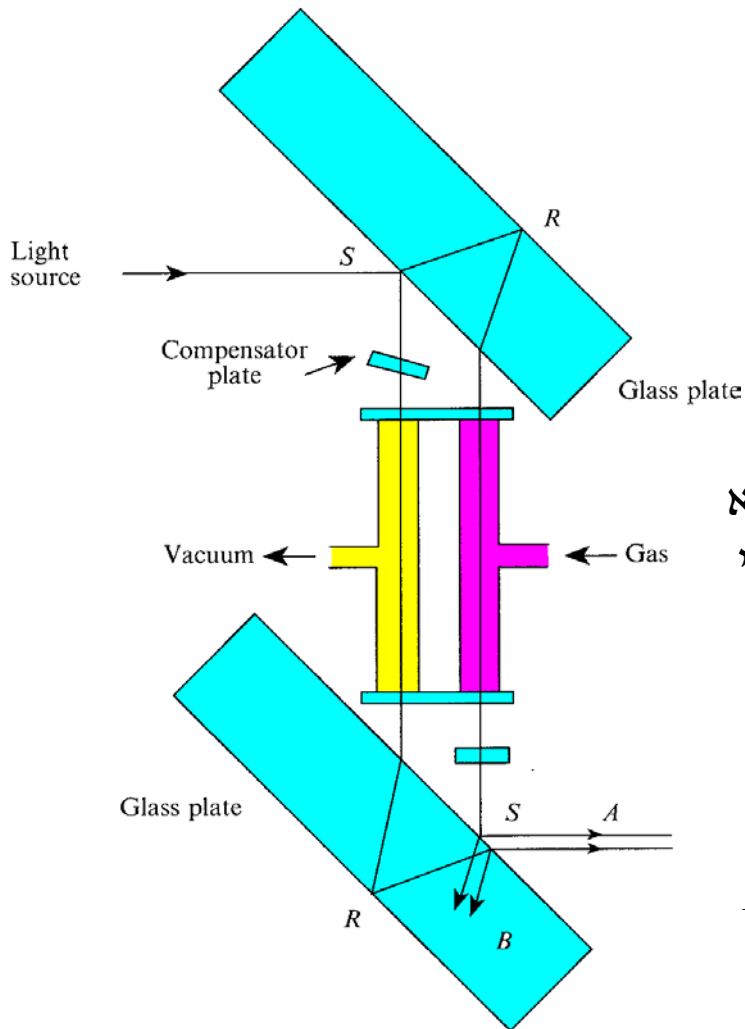


התאבכות בשתי קרנים

- בגלל הרגישות הגבוהה של אינטרפרומטרים לשינויים של חלקי אורכי גל, משתמשים בהם למדידות רבות בתחומים שונים.
- ברוב מכשירי המדידה ההתאבכות היא בין שתי קרנים.
- מקור האור המקובל הוא הליזר, פרט למקרים מיוחדים שבהם נעשה שימוש באור צר סרט או רחב סרט.
- ברוב האינטרפרומטרים יש מפצלי קרן, ולאחר יצירת שתי קרנים ותהליך מדידה כלשהו, מחברים שוב את הקרנים במפצל קרן נוסף.
- בגלל הרגישות הגדולה עד חלקי אורך גל, משתדלים לקרב את הקרנים המפוצלות כדי שתושפענה באותה מידה מהפרעות חיצוניות כגון זרמי אויר או רעידות מכניות.



אינטרפרומטר ז'אמאן



- אינטרפרומטר ז'אמאן (Jamin) יציב לזעזועים מכניים אך הקרניים סמוכות זו לזו ומקשות על הכנסת רכיבים נמדדים ביניהן.
- ההחזרות הן R בשיעור 100% ו- S בשיעור 50%. ההתאבכות נמדדת ביציאות A ו- B .
- ניתן להשתמש בהתאבכות באור לבן, על ידי סיבוב הלוחית המפצה, כדי לפצות על הבדלי אורכי גל לפני המדידה.
- בניסוי שכאן נמדד מקדם השבירה של גז מסוים ביחס לריק בתא המקביל לו. אם אורך הצינור L , יהיה הפרש המסלולים האופטי

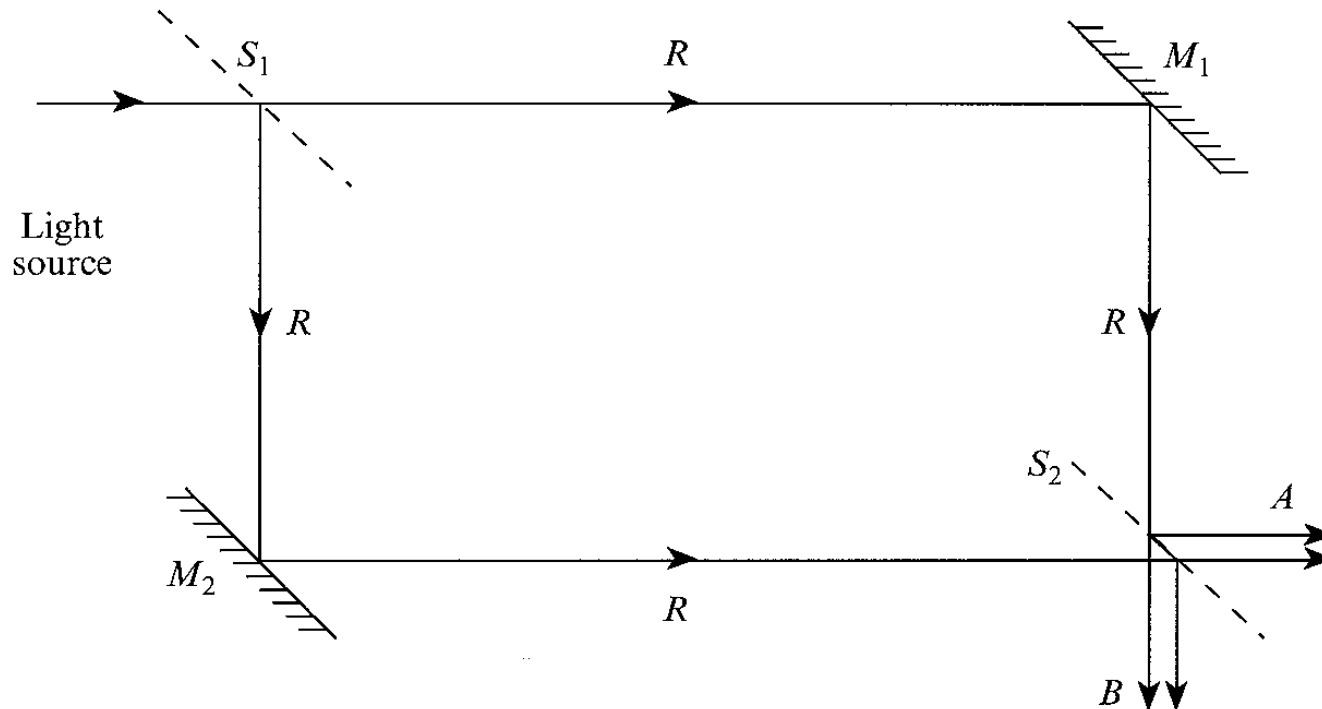
$$\delta l = (\mu - 1)L$$

- בעת המדידה מסובבים עוד את הלוחית המפצה עד שמקבלים את פס ההתאבכות מסדר אפס.
- ניתן להגיע עד דיוק של אלפית פס-התאבכות. עבור $L = 20 \text{ cm}$ ואורך גל $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ מקבלים דיוק מדידה של

$$\delta\mu = \pm 10^{-3} \lambda / L = \pm 2.5 \times 10^{-9}$$

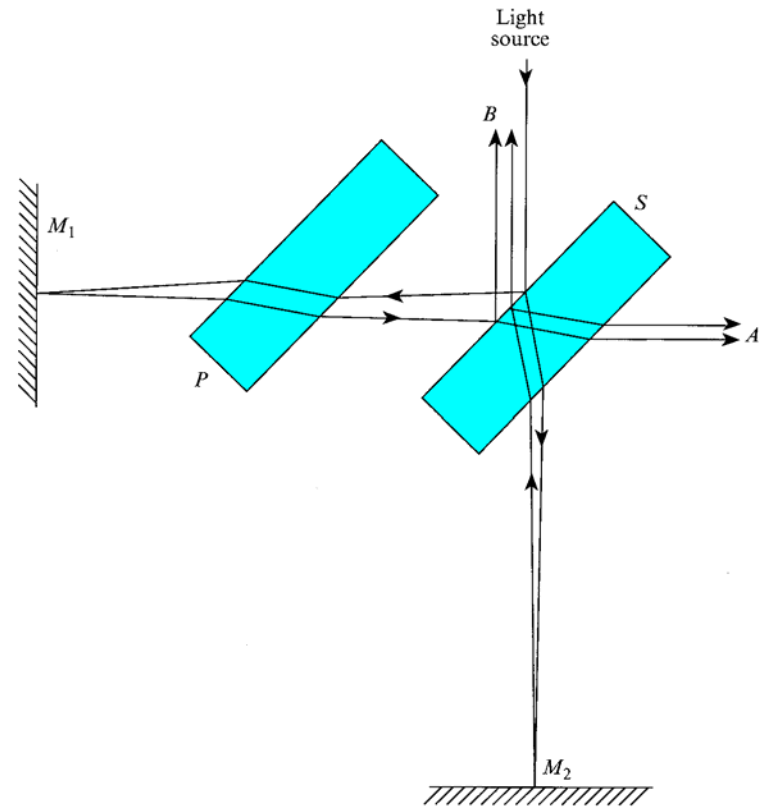
אינטרפרומטר מך-זנדר

- אינטרפרומטר מך-זנדר (Mach-Zehnder) יציב פחות לזעזועים מכניים אך הקרניים נפרדות ומאפשרות השוואת עצמים גדולים.
- ההחזרות הן R בשיעור 100% ו- S בשיעור 50%. ההתאבכות נמדדת ביציאות A ו- B .



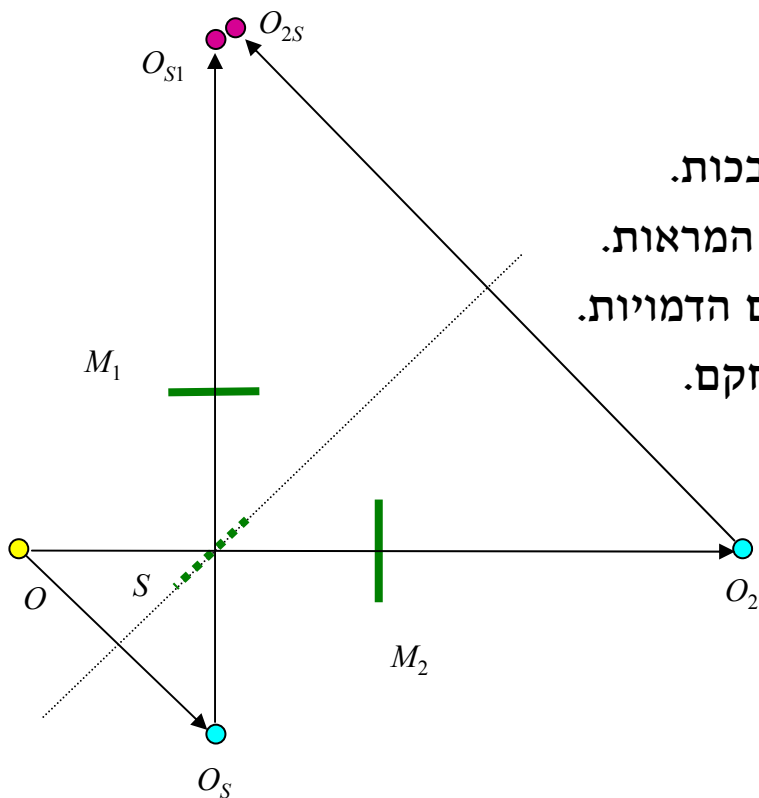
אינטרפרומטר מייכלסון

- אינטרפרומטר מייכלסון (Michelson) אינו יציב לזעזועים מכניים בגלל המסלולים הניצבים של שתי הקרנים, ניצבות שעושה אותו שימושי ביותר במקרים רבים.
- ההחזרות הן M_1 ו- M_2 בשיעור 100% ו- S בשיעור 50%. ההתאבכות נמדדת ביציאות A ו- B . הקרנים החוזרות מהמראה M_1 עוברות שלושה עובי זכוכית, ועל כן מוסיפים לוחית מפצה P בעובי שווה להשוואת המסלולים. הלוחית גם מפצה על נפיצת מקדם השבירה כך שההתאבכות תהיה באור לבן.
- פסי ההתאבכות יכולים להיות ישרים, עקומים או מעגליים, באור חד-צבע או לבן.
- ניתן להבין את פסי ההתאבכות במרחב התלת מימדי כתצפית באותה תבנית מכיוונים שונים.
- מתבוננים בקרן אחת מן המקור, אפילו אם הוא רחב מרחבית ובעל צבעים שונים. כמו כן מתעלמים מעובי הרכיבים.



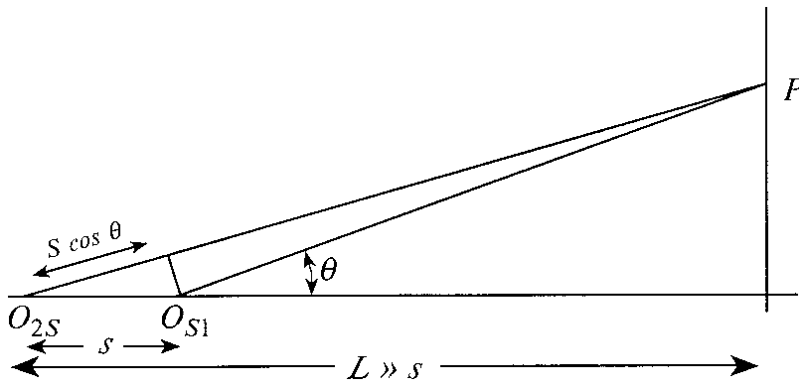
עיקרון אינטרפרומטר מייכלסון

- למקור O יש שיקוף במפצל הקרן S בנקודה O_S .
- למקור O שיקוף נוסף במראה M_2 בנקודה O_2 .
- לדמות O_S יש שיקוף במראה M_1 בנקודה O_{S1} .
- לדמות O_2 יש שיקוף במפצל S בנקודה O_{2S} .
- הדמויות O_{S1} ו- O_{2S} הן המקורות המדומים היוצרים את ההתאבכות.
- ניתן לקרב ולהזיז את הדמויות O_{S1} ו- O_{2S} כרצוננו על ידי הזזת המראות.
- פסי התאבכות מסוגים שונים ובצפיפויות שונות נובעים ממקום הדמויות.
- אם הדמויות זו ליד זו, מקבלים פסי יאנג בצפיפות הפוכה למרחקם.
- תוצאות דומות מאוד מקבלים גם באינטרפרומטרים אחרים.



צורת פסי ההתאבכות

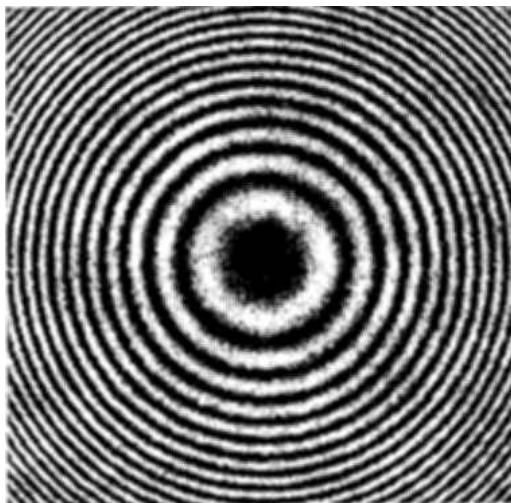
- ניתן להציב את הדמויות אחת **אחר** השניה. פסי ההתאבכות נמצאים אז על חרוטים סביב הקו $O_{S1}O_{2S}$.
- על מסך במרחק $L \gg O_{S1}O_{2S} \equiv s$ בנקודה P בזווית תצפית θ מקבלים גל בשיעור (עד כדי משרעת)



$$\begin{aligned}\psi(\theta) &\approx \exp(ik_0 \overline{O_{2S}P}) + \exp(ik_0 \overline{O_{S1}P}) \\ &= 2 \exp\left(\frac{1}{2}ik_0 \overline{O_{2S}P}\right) \cos\left[\frac{1}{2}k_0 (\overline{O_{2S}P} - \overline{O_{S1}P})\right] \\ &\approx 2 \exp\left(\frac{1}{2}ik_0 \overline{O_{2S}P}\right) \cos\left(\frac{1}{2}k_0 s \cos \theta\right)\end{aligned}$$

- בחישוב העוצמה אין משמעות לרכיב המעריכי המדומה

$$I(\theta) = |\psi(\theta)|^2 \approx 4 \cos^2\left(\frac{1}{2}k_0 s \cos \theta\right) = 2[1 + \cos(k_0 s \cos \theta)]$$



- עבור כל זווית תצפית θ מקבלים פסי התאבכות מעגליים.
- המרחק s קובע אם המרכז יהיה בהיר או כהה ואת צפיפות הפסים.
- נניח מרכז לבן: $s k_0 = m_0 \pi$
- הפס מספר m בזווית θ_m מקיים $s k_0 \cos \theta_m = (m_0 - m) \pi$
- עבור זוויות קטנות מקבלים $s k_0 \theta_m^2 = 2 m \pi$
- הרדיוסים הזוויתיים של הפסים העגולים יחסיים ל- $m^{1/2}$.

פסי התאבכות

- ניתן להסתכל על הבעיה כהתמרת פוריה תלת-מימדית של שתי הנקודות המתאבכות.
- מקבלים סדרה של פסי התאבכות מישוריים.

- פסי ההתאבכות שאנו רואים נובעים ממבטים מכיוונים שונים על ההתמרה התלת-מימדית.
- זהו שוב כדור התצפית, אולם כעת אין פיזורים והמקורות קוהרנטיים.

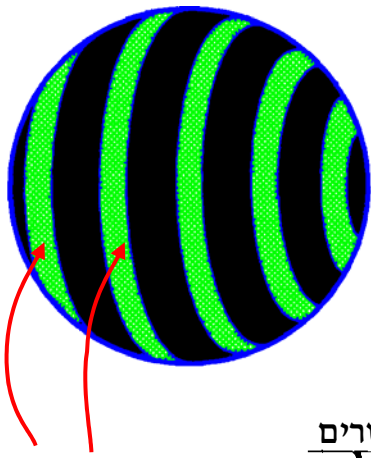
- הפרש המופעים בפיזורים יהיה תמיד אפס ולא יהיה תלוי בוקטור הגל הנכנס k_0 .
- נציב לכן $k_0 = 0$, מה שימרכז את כדור התצפית על הראשית במרחב ההפכי.

- רדיוס כדור התצפית יהיה $k = 2\pi / \lambda$, ומרכזו על שיא.

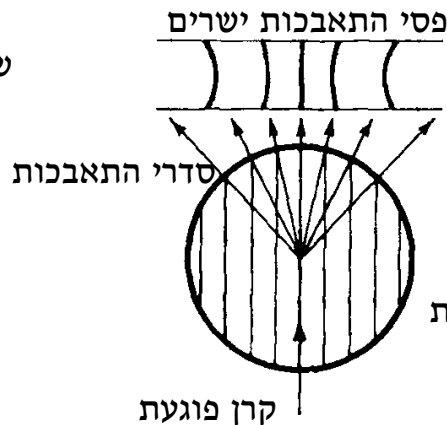
- ככל שהנקודות $O_{S1} O_{2S} = s$ מתקרבות זו לזו, צעד הפסים גדל.

- מיקום הנקודות מסובב את ההתמרה לכיוונים שונים.

- צפיפות הפסים משתנה עם אורך הגל, ולכן רק המרכזיים לבנים.
פסי התאבכות עגולים

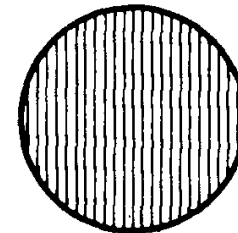
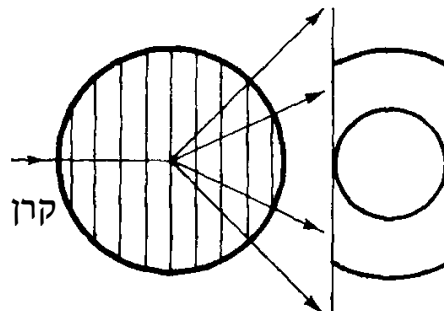


שיאי פסים

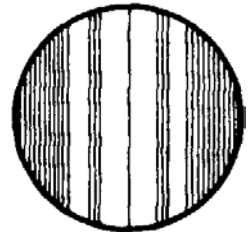


קרי פוגעת

סדרי התאבכות



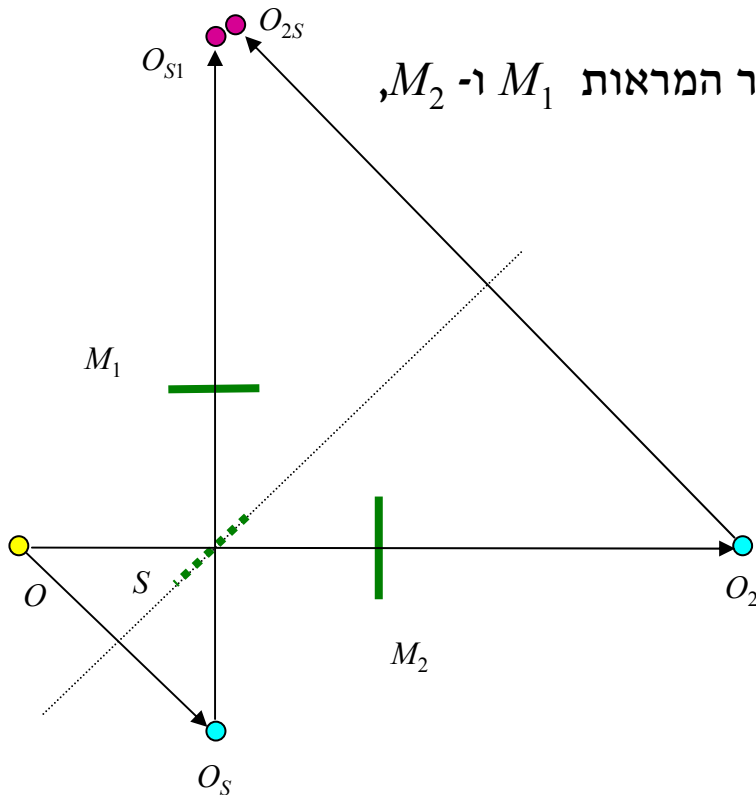
מקורות מרוחקים



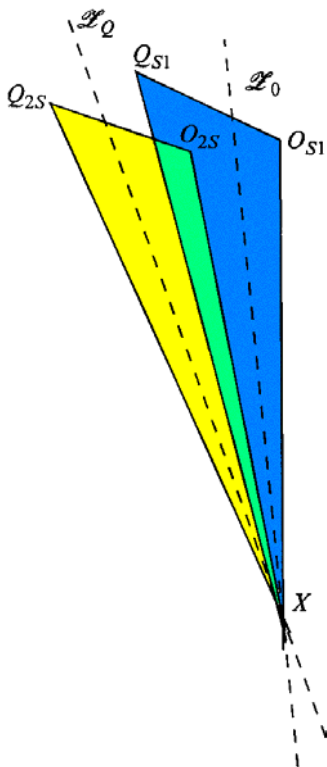
מקור רחב סרט

מיקום פסי התאבכות

- אם המקור אינו נקודתי, אלא נרחב ולא קוהרנטי, כל נקודה במקור יוצרת פסי התאבכות משלה במישור אחר. פסי התאבכות אלו יתחברו ויתמצעו עד לביטולם.
- יש תחום שבו כל הפסים מתאחדים, כך שנראה כאילו פסי ההתאבכות ממוקמים בו, למרות שהמקור יכול להיות נרחב ולא קוהרנטי.
- למשל באינטרפרומטר מייכלסון הפסים ממוקמים באזור המראות M_1 ו- M_2 , שנראות לצופה כמראות חופפות.



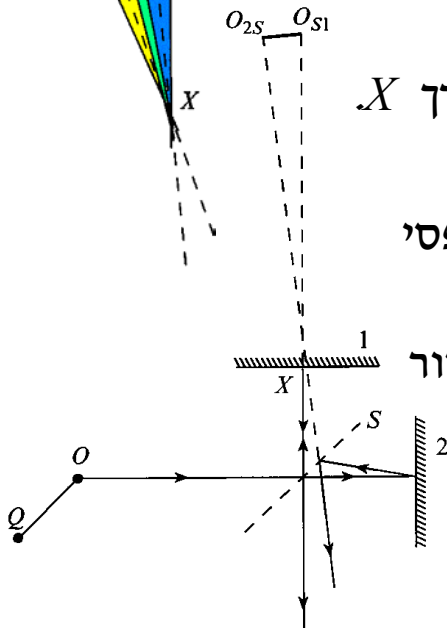
פסי התאבכות ממוקמים



- במישור המוגדר על ידי שתי הדמויות (הנכנסות לעין) הקרניים נפגשות בנקודה X
- פס האפס נראה לעין, לכן הדמויות O_{2S} ו- O_{S1} נמצאות זו לצד זו ומרחקיהן לנקודה X שווים.
- סדר האפס של העקיפה נמצא על המישור Z_0 החוצה את O_{S1} ו- O_{2S} דרך X
- נניח נקודה אחרת על המקור, Q . הדמויות שלה Q_{2S} ו- Q_{S1} מקיימות

$$\overline{O_{S1}Q_{S1}} = \overline{O_{2S}Q_{2S}}; \quad \angle O_{S1}Q_{S1}X = \angle O_{2S}Q_{2S}X$$

- מקבלים שני משולשים חופפים $O_{2S}Q_{2S}X$ ו- $O_{S1}Q_{S1}X$
- סדר האפס של העקיפה מ- Q נמצא על המישור Z_Q החוצה את Q_{S1} ו- Q_{2S} דרך X
- המישורים Z_0 ו- Z_Q נפגשים לאורך ישר הניצב לשרטוט בנקודה X
- כיון שבחרנו בנקודה אקראית ושרירותית, כל נקודה אחרת במקור תיצור פסי התאבכות שסדר האפס שלהם נמצא באזור X
- אזור X הוא האזור בתחום המראה שבו מצטלבים היטלי הקרניים על המישור המכיל את הדמויות O_{2S} ו- O_{S1} .



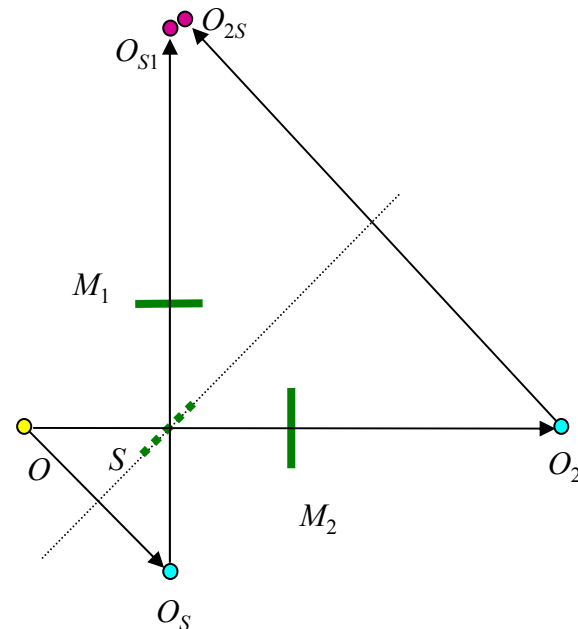
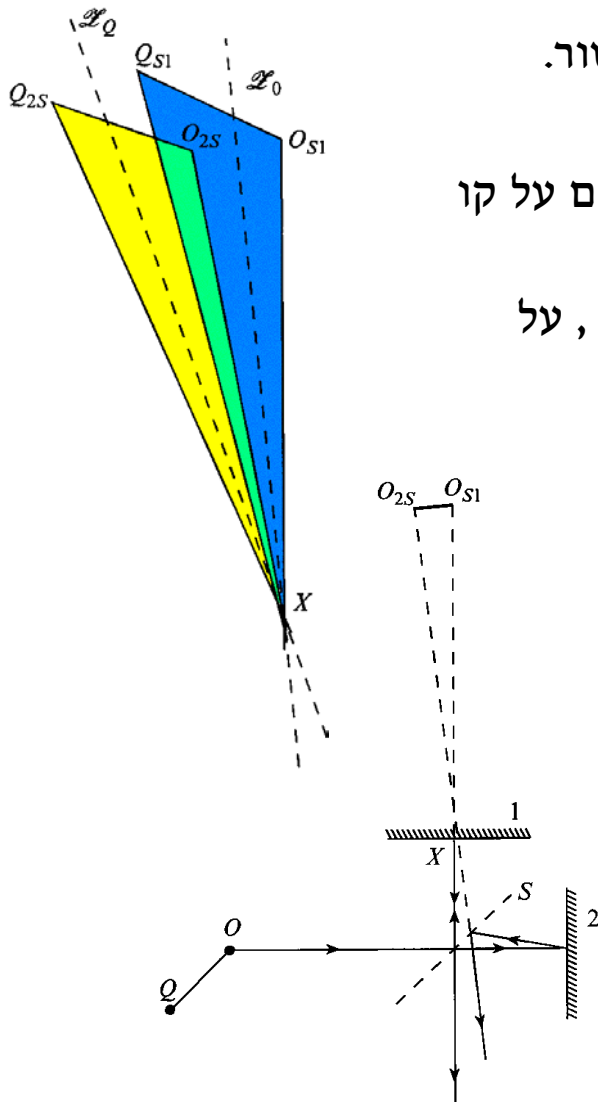
פסי התאבכות מסדר גבוה

• כאשר $O_{S1} X \gg O_{S1} O_{2S}$, המשטח של הסדר הראשון הוא בקירוב מישור.

• מישור זה יוצר עם המישור Z_0 זווית מקורבת $\beta = \lambda / O_{S1} O_{2S}$.

• בזווית קטנות המשטחים של הסדר הראשון מהמקורות O ו- Q נחתכים על קו המקביל לסדר האפס, בקירוב במישור הניצב לקרן דרך X .

• כיון שבאינטרפרומטר מייכלסון ובדומיו הפסים ממוקמים על המראות, על הצופה למקד שם את מבטו כדי לראות את פסי ההתאבכות.



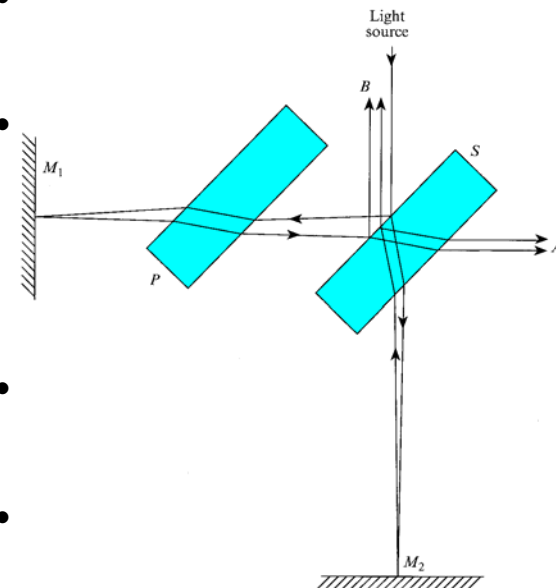
ניסוי מייכלסון-מורלי

- אחד הניסויים החשובים ביותר שהובילו לפיסיקה המודרנית נערך על ידי מייכלסון ומורלי (Morley) בסביבות 1887.
- פרנל נזקק לנוכחות של אֶתֶר, תווך שבו מתקדמים גלים אלקטרומגנטיים, כדי להסביר אברציות מאור כוכבים.
- אינטרפרומטר מייכלסון מסוגל למדוד את מהירות הארץ v ביחס לאתר למרות שזו מדידת זמנים והשינויים הם מסדר שני.
- הזמן שלוקח לאור לנוע עם האתר ובחזרה נגדו לאורך מסלול L הוא בקירוב

$$t_1 = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} \approx \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right)$$

- משווים זמן זה לזמן שלוקח לאור לנוע בניצב לאתר ובחזרה שוב בניצב לאתר.
- כאן המסלול הוא ארוך יותר והזמן הנדרש יהיה

$$t_2 = 2 \frac{L \sqrt{1 + (v^2 / c^2)}}{c} \approx \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right)$$



מהירות האתר

- ההפרש בזמני המסלולים עם ונגד האתר, ופעמיים לרוחב האתר,

הוא

$$t_1 - t_2 \approx \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{Lv^2}{c^3}$$

- זמן זה שקול להפרש במסלולים בשיעור Lv^2/c^2 , ולא ברור היה מהי המהירות ומה כיוונה.

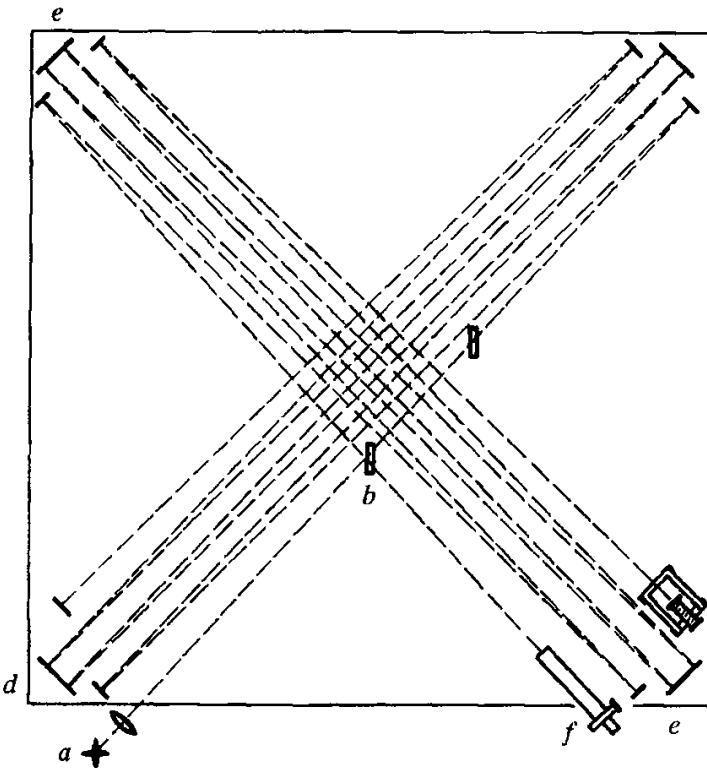
- מהירותו המסלולית ומהירותו הזוויתית של כדור הארץ קרובות וידועות, והן בקירוב $v \approx 10^{-4} c$.

- המתקן הורכב על גוש אבן שרוחבו 2 מטר.

- אם אורך המסלול הוא $L = 1 \text{ m}$ ההפרש במסלולים הוא $\lambda / 50$ שמתקרב לערך מדיד.

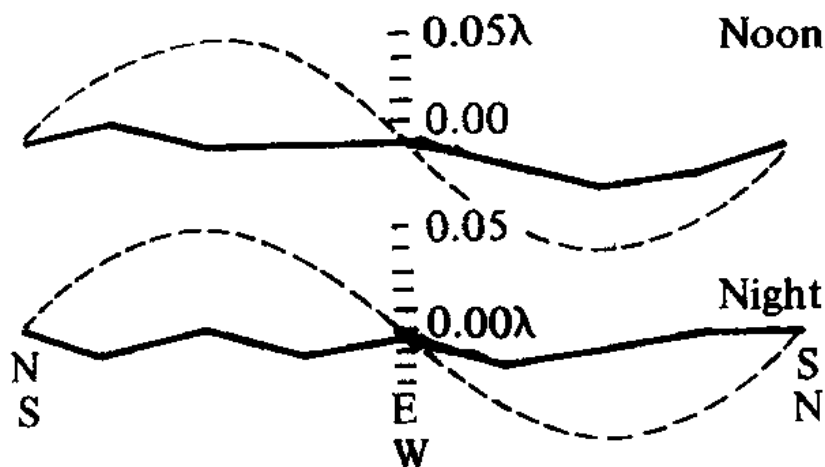
- אורך המסלול הוגדל על ידי החזרות ל-11 מטר, וכל המתקן סובב לכיוונים שונים למניעת תלות בכיוון האתר, מה שהכפיל את הרגישות פי 22, עד כחצי פס התאבכות.

- הדיוק הניסיוני המצופה היה 5%.



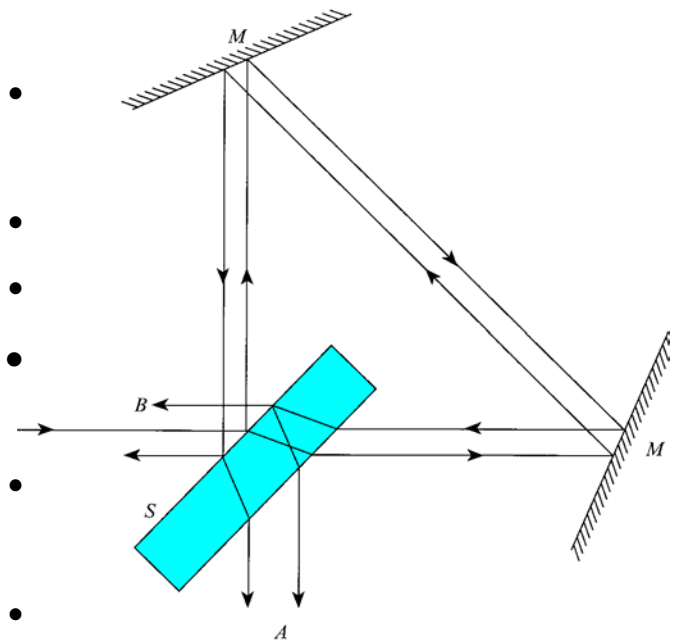
תוצאות ניסוי מדידת האתר

- תוצאות הניסוי היו קטנות בהרבה מן המצופה, פחות ממאת אורך גל. הקו המרוסק מראה את התוצאות הצפויות משמינית המהירות מסלולית של הארץ.
- בגלל שהמהירות יכולה היתה להתאפס במקרה בעונה מסוימת של השנה, הניסוי בוצע במשך כמה חודשים, אבל התוצאות היו תמיד זניחות, למרבה האכזבה של מייכלסון ומורלי.
- מספר רב של הסברים ניתן לתוצאות, אך הסברים אלו לא היו מספקים.
- רק בשנת 1905 הציע אינשטיין הסבר, תורת היחסות, שבו ההנחה הבסיסית היא שמהירות האור קבועה ובלתי תלויה במהירות הצופה.
- כיום נעשה שימוש דומה באינטרפרומטר זה למדידת גלי כבידה, שוב על ידי השוואת שני המסלולים הניצבים זה לזה. בזכות התקדמות המדע והטכנולוגיה הדיוק מגיע לפיקומטר. עד כה לא נמצאו גלים כאלה.



אינטרומטר סאניאק (sagnac)

- במכשיר זה שתי קרניים מתאבכות נעות במסלולים זהים או קרובים מאוד, אך בכיוונים הפוכים.
- בעית הזעזועים הנפוצה באינטרפרומטרים אחרים מוקלת כאן בהרבה.
- תיתכן גם האפשרות ליותר משתי מראות (אינטרפרומטר מרובע במקום משולש).
- ביציאה שני זוגות קרניים מתאבכות, אך כברוב המכשירים, קרן אחת חוזרת למקור.
- אין צורך בלוחית פיצוי בגלל המסלולים המשותפים.
- נניח מקדם ההחזרה (ל המשרעת) הוא \mathcal{R} ושל ההעברה הוא \mathcal{T} .
- לאחד הגלים ביציאה A תהיה משרעת \mathcal{T}^2 ולשני \mathcal{R}^2 , כך שאפילו בהתאבכות הורסת יתכן הפרש קטן.
- רק כאשר מדייקים בערכי ההעברה וההחזרה במפצל הקרן לא נקבל אור ביציאה זו.
- עדיף להשתמש ביציאה B בגלל ששם המשרעות של שתי הקרניים הן $\mathcal{R}\mathcal{T}$ ו- $\mathcal{I}\mathcal{T}$ למרות האופטיקה המסובכת יותר.
- אם ניכנס אור בזווית הוא יוצא בשתי הקרניים באותה זווית, למרות הפרש מסלולים אופטיים קטן. לכן פסי ההתאבכות ממוקמות באינסוף.



מהירות האור בתווך נע

- אינטרפרומטר סאניאק שימש לראשונה למדידת אפקטים יחסותיים בהתקדמות קרני אור.

- פיזו (Fizeau) השתמש בו בשנת 1859 למדידת מהירות האור במים זורמים, שמקדם השבירה שלהם μ .

- קרן אחת נעה עם כיוון הזרימה ואחת נגדה. בהנחה של מהירות v מקבלים מהירויות בשני הכיוונים

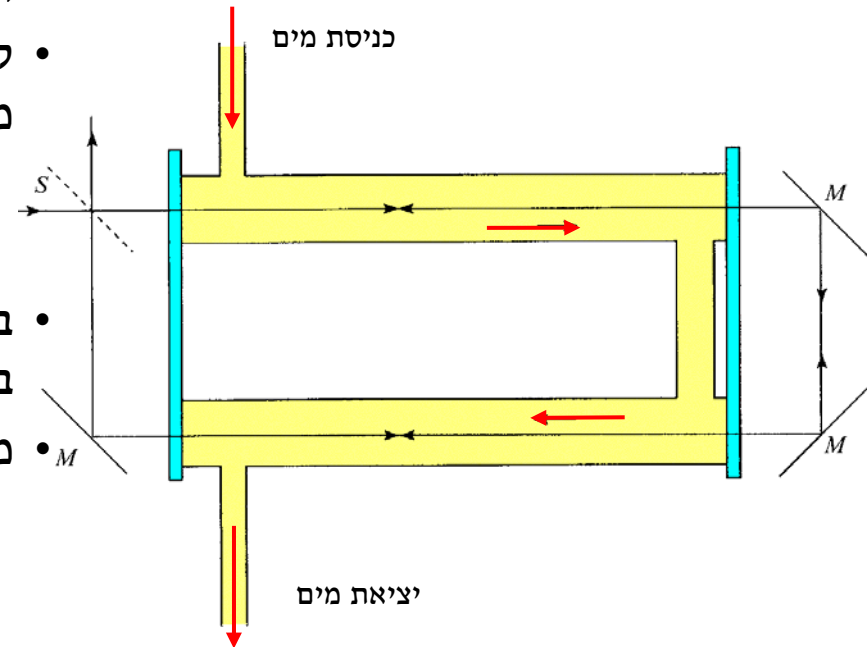
$$c_+ = \frac{c}{\mu} + v; \quad c_- = \frac{c}{\mu} - v$$

- בגלל אי התאמה למדידות, פיזו נאלץ להוסיף משיכת אתר בשיעור $1 - \mu^{-2}$.

- מאוחר יותר הראה אינשטיין בתורת היחסות כי

$$c_+ = \frac{\frac{c}{\mu} + v}{1 + \frac{v}{\mu c}}; \quad c_- = \frac{\frac{c}{\mu} - v}{1 + \frac{v}{\mu c}}$$

- בניגוד לניסוי מייכלסון-מורלי, כאן האפקט קווי במהירות.



אפקט סאניאק

- אינטרפרומטר סאניאק משמש היום כגירוסקופ אופטי, בעיקר בסיבים אופטיים.
- נניח שכל האינטרפרומטר מסתובב במישורו במהירות זוויתית Ω .
- הפרש מופע נוצר בין הקרנים הנעות בכיוונים הפוכים. זהו **אפקט סאניאק**.
- הטיפול באפקט אפשרי ביחסות פרטית, כיון שלא מעורב כאן כל שדה כבידה.
- נניח בקירוב שהאינטרפרומטר עגול במקום משולש או מצולע אחר.
- נניח סיבוב אחד של הקרן סביב המסלול, כך שהרדיוס וסך כל המסלול קשורים על ידי $L = 2 \pi R$.
- המהירות היא $v = R \Omega$ והאור נע בתווך בעל מקדם שבירה μ במהירויות (במערכת המעבדה)

$$c_+ = \frac{c^2 + \mu c v}{\mu c + v} ; c_- = \frac{c^2 - \mu c v}{\mu c - v}$$

- בזמן t_+ שבו מסתובב האור בכוון השעון סיבוב שלם, נע מפצל הקרן בשיעור $R \Omega t_+$.
- סך כל המסלול הוא $c_+ t_+ = L + R \Omega t_+$. המסלול ההפוך הוא $c_- t_- = L - R \Omega t_-$. הפרשי הזמנים הם

$$\Delta t = t_+ - t_- = L \left[\frac{1}{c_+ - R \Omega} - \frac{1}{c_- + R \Omega} \right]$$

מדידת אפקט סאניאק

$$\Delta t = t_+ - t_- = L \left[\frac{1}{c_+ - R\Omega} - \frac{1}{c_- + R\Omega} \right] \quad c_+ = \frac{c^2 + \mu c v}{\mu c + v} ; \quad c_- = \frac{c^2 - \mu c v}{\mu c - v}$$

- מקבלים משתי המשוואות פתרון שאינו תלוי במקדם השבירה:

$$\Delta t = \frac{2LR\Omega}{c^2 - R^2\Omega^2} \approx \frac{2LR\Omega}{c^2}$$

- מתרגמים הפרש זמנים זה או להפרש מופע או להפרש תדר, לפי שיטת המדידה. אם תדר הגל הוא ω , מודדים את הפרש המופע $\omega\Delta t$ אופטית. מגדילים את המופע על ידי הגדלת הקף הטבעת לסליל של סיב אופטי בעל מספר רב של לולאות.

- לדוגמה, נציב $L = 100 \text{ m}$, $R = 0.1 \text{ m}$, $\Omega = 1 \text{ rad/s}$, $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ ונקבל

$$\Delta\phi = \omega\Delta t \approx \frac{2\pi c}{\lambda} \frac{2LR\Omega}{c^2} = \frac{4\pi LR\Omega}{\lambda c} \approx 0.8 \text{ rad}$$

- סיבוב כדור הארץ, בשיעור 15° לשעה נמדד בדיוק של אלפית, כלומר 10^{-7} rad .
- קיימות בעיות מעשיות: אורך סיב הגורם להנחתה, פיצול לא שווה של הקרניים, או מקדם שבירה לא קווי.

גירוסקופ ליזר טבעתי

- שימוש אחר באפקט סאניאק מתקבל בליזר גירוסקופ, שבו מהוד הליזר עצמו עשוי לפחות שלוש מראות והקף כולל של L . מניחים שוב מסלול מעגלי. התווך הלוזר במהוד בעל מקדם שבירה μ .
- הליזר פועל בתדר תהודה שבו אורך המחזור הוא מספר שלם של אורכי גל בתווך, $m \lambda / \mu$.
- סך כל המסלול בכיוון השעון בזמן סיבוב הוא $c_+ t_+ = L + R \Omega t_+ = L (1 + \mu R \Omega / c) = m \lambda_+ / \mu$
- המסלול ההפוך הוא $c_- t_- = L - R \Omega t_- = L (1 - \mu R \Omega / c) = m \lambda_- / \mu$
- הפרשי ארכי הגל הם

$$\Delta \lambda = \lambda_+ - \lambda_- = \frac{2LR\mu^2\Omega}{cm}$$

- הפרשי התדר הם

$$\Delta f = \frac{c}{\mu} \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} = \frac{2LR\mu\Omega}{m\lambda^2} = \frac{2R\Omega}{\lambda}$$

- לדוגמה, נציב $R = 0.1 \text{ m}$, $\Omega = 1 \text{ rad/s}$, $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$
- נקבל שינוי תדר של 0.4 MHz .

- בהפרשי תדרים קרוב לאפס, מתערבים שני האופנים הנעים בכיוונים הפוכים.
- הערבוב נוצר בגלל פיזורים, ומעורר קרינה בתדר הבינים, מה שמקשה על ייצור הגירוסקופ.

